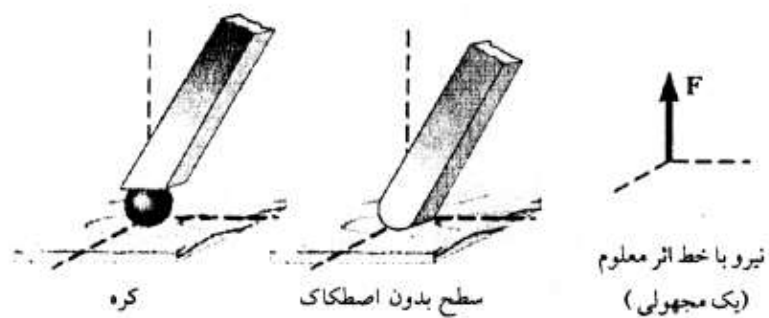
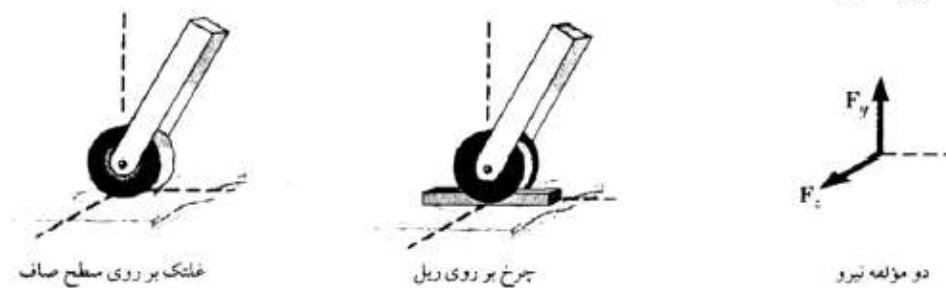


تکیه گاههای سه بعدی

(1) تکیه گاههایی با یک عکس العمل:



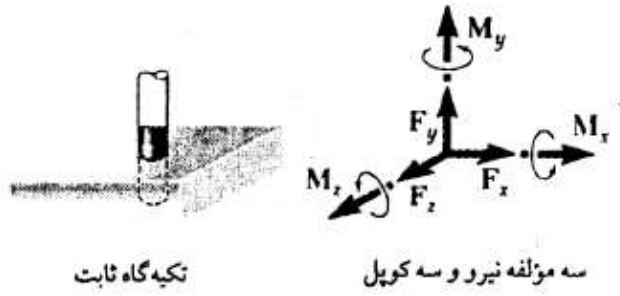
(2) تکیه گاههای با دو عکس العمل



(3) تکیه گاههای با سه عکس العمل



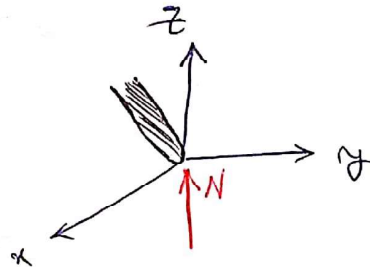
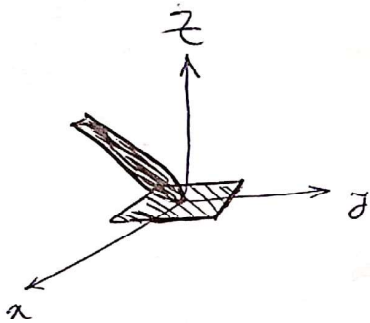
تکیه گاههای با شش عکس العمل



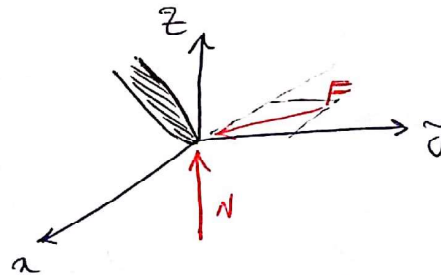
تعادل اجسام صلب در فضای سه بعدی:

! تماس سطوح:

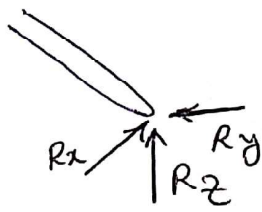
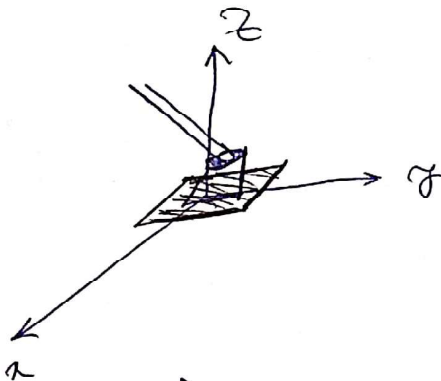
الف) سطوح صاف



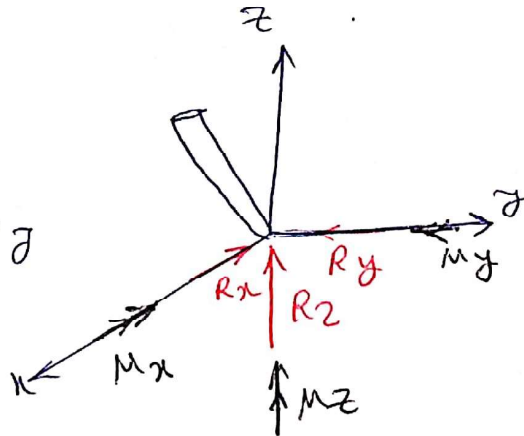
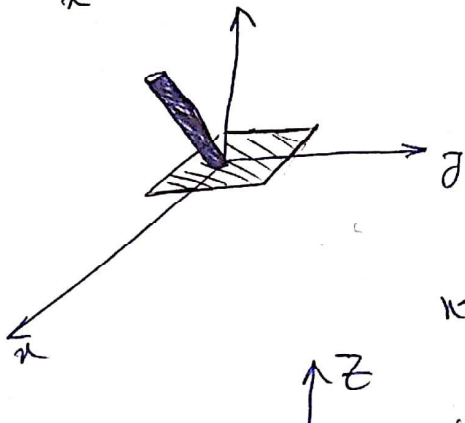
ب) سطوح زبر:



۲. گویه و شش‌گویه



۳. گویه و شش‌گویه



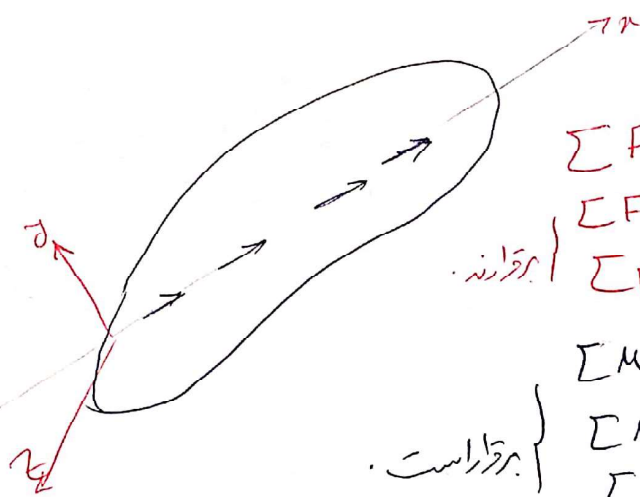
شرایط تعادل:

$$\Sigma F = 0 \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma M = 0 \begin{cases} \Sigma M_x = 0 \\ \Sigma M_y = 0 \\ \Sigma M_z = 0 \end{cases}$$

حالات خاص:

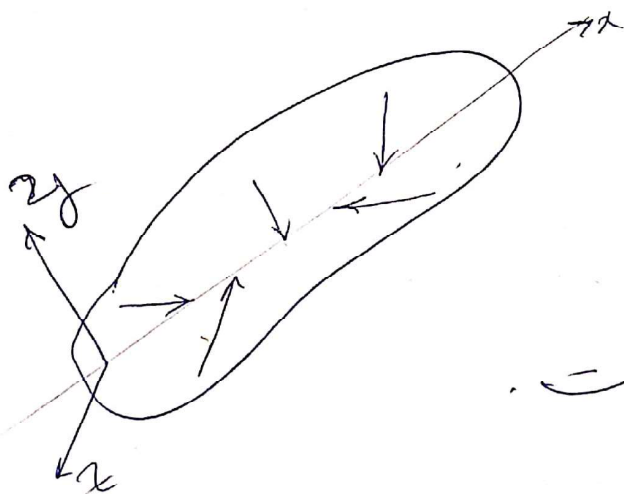
۱. وقتی جسمی نیروها در یک راستا باشند.



$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \\ \Sigma M_x = 0 \\ \Sigma M_y = 0 \\ \Sigma M_z = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \Sigma F_x = 0$$

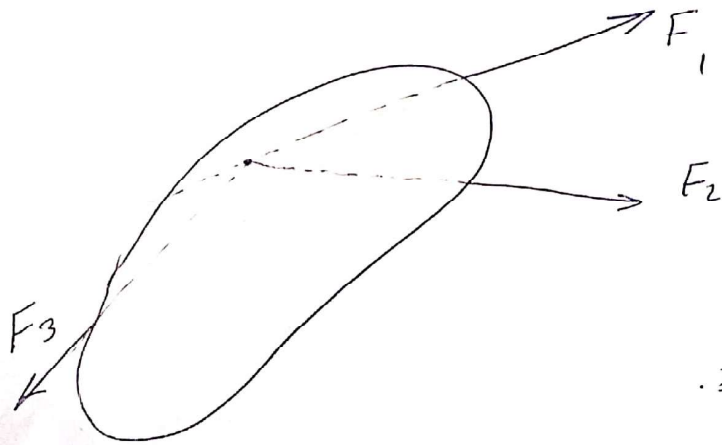
برقرار است.

۲. وقتی جسمی نیروها در یک خط مستقیم باشند.



$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \\ \Sigma M_y = 0 \\ \Sigma M_z = 0 \end{array} \right.$$

$$\Sigma M_x = 0 \text{ برقرار است.}$$

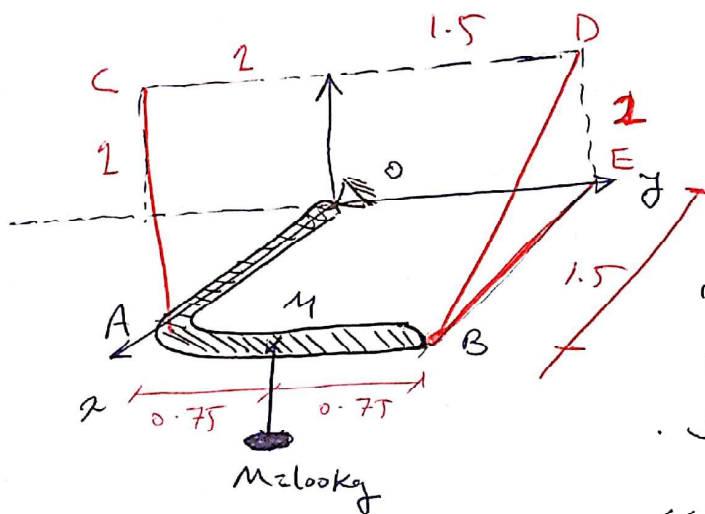


تعداد جسم سه نیروی

جسم سخت اثر سه نیروی متوازن قرار دارد.

در هر یک از این سه نیرو (هر سه با هم) معادلی نباشند.

حالت تعادل لازم است در یک نقطه معیار باشد.



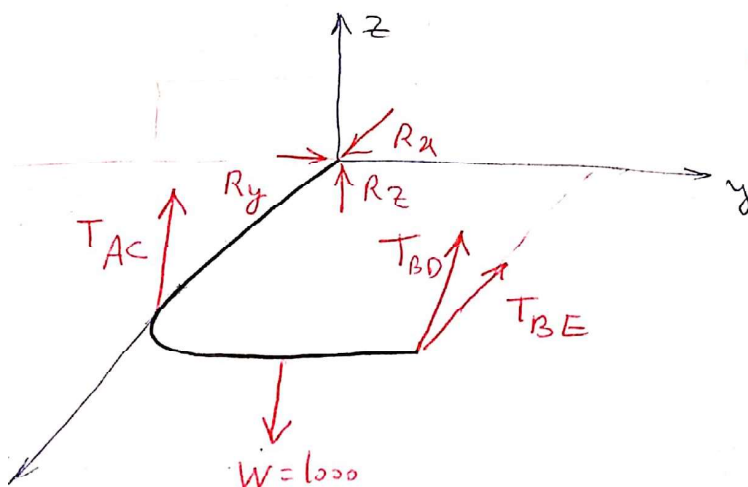
مثال:

عضو صلب شکسته ABE با تکیه گاه نیمه در نقطه A دارای تکیه گاه مصلی است. و توسط کابل AC ، BD و BE مهار شده است.

با صرف نظر کردن از وزن عضو به روش برداری

نیروی کشش ایجاد شده در کابل AC و BE

جسم $M = 100 \text{ kg}$ تعیین کنید ($g = 10$)



$$\begin{aligned}\vec{T}_{BE} &= T_1 \vec{e}_{BE} \\ &= T_1 (-\vec{i}) = -T_1 \vec{i}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{T}_{BD} &= T_2 \vec{e}_{BD} \\ &= T_2 \left(\frac{-1.5}{2.5} \vec{i} + \frac{2}{2.5} \vec{k} \right) = T_2 (-0.6 \vec{i} + 0.8 \vec{k})\end{aligned}$$

$$\vec{T}_{AC} = T_3 \vec{e}_{AC} = \frac{T_3}{\sqrt{4.25}} (-1.5 \vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

$$\vec{W} = -1000 \vec{k}$$

$$\vec{r}_{OB} = 1.5 \vec{i} + 1.5 \vec{j}$$

$$\vec{r}_{OM} = 1.5 \vec{i} + 0.75 \vec{j}$$

$$\vec{r}_{OA} = 1.5 \vec{i}$$

$$\sum M_O = 0 \rightarrow \vec{r}_{OB} \times \vec{T}_{BE} + \vec{r}_{OB} \times \vec{T}_{BD} + \vec{r}_{OA} \times \vec{T}_{AC} + \vec{r}_{OM} \times \vec{W} = 0$$

$$\vec{r}_{OB} \times (\vec{T}_{BE} + \vec{T}_{BD}) + \vec{r}_{OA} \times \vec{T}_{AC} + \vec{r}_{OM} \times \vec{W} = 0$$

$$T_1 \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1.5 & 1.5 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1.5 & 1.5 & 0 \\ -0.6 & 0 & 0.8 \end{vmatrix} T_2 + \frac{T_3}{\sqrt{4.25}} \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1.5 & 0 & 0 \\ -1.5 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1.5 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & -1000 \end{vmatrix}$$

$$T_1 \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.5 \end{vmatrix} + T_2 \begin{vmatrix} 1.2 \\ -1.2 \\ 0.9 \end{vmatrix} + \frac{T_3}{\sqrt{4.25}} \begin{vmatrix} 0 \\ -1.5 \\ -1.5 \end{vmatrix}$$

$$\frac{1.5}{\sqrt{4.25}} = 0.728$$

$$= + \begin{vmatrix} 750 \\ -1500 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$0 + 1.2 T_2 + 0 = 750 \rightarrow T_2 = 625(N)$$

$$0 - 1.2 T_2 - 0.728 T_3 = -1500$$

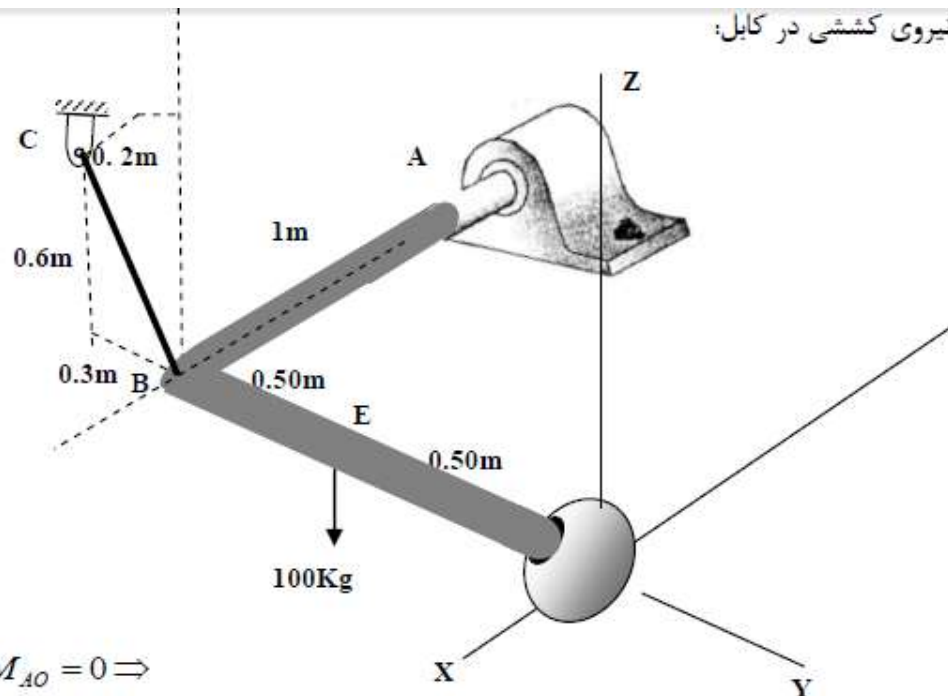
$$T_3 = 1030.22(N)$$

$$1.5 T_1 + 0.9 T_2 - 0.728 T_3 = 0$$

$$1.5 T_1 + 0.9 \times 625 - 750 = 0$$

$$T_1 = 125(N)$$

مثال: مطلوب است نیروی کششی در کابل:



$$\sum M_{AO} = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda_{OA} \cdot (\sum r_i \times F_i) = 0$$

$$\lambda_{OA} \cdot \left(\vec{r}_{OB} \times \vec{T}_{BC} + \vec{r}_{OE} \times (-981\vec{k}) \right)$$

$$\vec{r}_{OA} = -\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{r}_{OB} = -\vec{j}$$

$$\vec{T} = T_{BC} \lambda_{AC} = T_{BC} \left(\frac{0.2\vec{i} - 0.3\vec{j} + 0.6\vec{k}}{0.7} \right)$$

$$\lambda_{OA} = \frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|} = \frac{-\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow T_{BC} = 572 \text{ (N)}$$

$$\Rightarrow T_{BD} = 572 \left(\frac{0.2\vec{i} - 0.3\vec{j} + 0.6\vec{k}}{0.7} \right)$$